Vorkonditionierung: Beispiel BPX-Vorkonditionierer

Für $3 \leq n \in \mathbb{N}$ sei die Matrix

$$K_h = \frac{1}{h}\begin{pmatrix} 1 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 1 \end{pmatrix} + \frac{h}{6}\begin{pmatrix} 2 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

mit $h = \frac{2}{n-1}$. Für $3 \leq n \in \mathbb{N}$ löse man das lineare Gleichungssystem

$$K_h \underline{x} = \underline{f}$$

für gegebenes $\underline{f} \in \mathbb{R}^n$ mittels des CG-Verfahrens oder des vorkonditionierten CG-Verfahrens mit dem BPX-Vorkonditionierer (PCG-BPX-Verfahren) für die Genauigkeit $\varepsilon = 10^{-8}$ und Startvektor $\underline{x}^0 = \underline{0}$.

n	Iterationen CG	Iterationen PCG-BPX
3	3	3
5	5	5
9	9	8
17	17	9
33	33	10
65	65	11
129	129	11
257	257	12
513	513	12
1025	1025	12
2049	2049	13
4097	4097	13
8193	8193	13