Technische Universität Graz
Institut für Angewandte Mathematik
Univ.–Prof. Dr. O. Steinbach

WS 2024/25
Blatt 5
8.11.2024

Numerische Mathematik 2

13. Für das Randwertproblem

$$-u''(x) + xu(x) = x \quad \text{für } x \in (0,2), \quad u(0) = 2, \quad u(2) = -1$$

bestimme man das lineare Gleichungssystem, das durch Anwendung des Finiten Differenzen Verfahrens mit der konstanten Maschenweite $h = 1$ entsteht. Man skizziere die zugehörige Näherungslösung.

14. Gegeben ist die Randwertaufgabe

$$-u''(x) = f(x) \quad \text{für } x \in (0,1), \quad u'(0) = 0, \quad u'(1) = 0.$$

Ist dieses Randwertproblem eindeutig lösbar? Man diskretisiere diese Randwertaufgabe mit zentralen Differenzenquotienten 2. Ordnung bezüglich einer gleichmässigen Unterteilung des Intervalls $(0,1)$. Die Randbedingungen approximiere man mit den vorwärtigem bzw. rückwärtigem Differenzenquotienten. Man untersuche die Lösbarkeit des resultierenden Gleichungssystems.

15. Für die Lösung des Randwertproblems

$$-u''(x) + 4u'(x) = 1 \quad \text{für } x \in (0,1), \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 1$$

betrachte man ein finites Differenzenverfahren mit einer global gleichmässigen Schrittweite von $h = \frac{1}{2}$. Für die Diskretisierung der Ableitung 2. Ordnung verwende man einen symmetrischen Differenzenquotienten, während man für die Ableitung 1. Ordnung sowohl den vor– als auch den rückwärtigen Differenzenquotienten betrachte. Man bestimme eine Näherungslösung in $x = \frac{1}{2}$.