Technische Universität Graz
Institut für Angewandte Mathematik
Univ.–Prof. Dr. Olaf Steinbach

WS 2024/25
Blatt 13
17.1.2025

Numerische Mathematik 2

36. Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & \cdots & \cdots & -\alpha_{m-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m\times m}.$$

Man zeige, dass die Eigenwerte von A mit den Nullstellen des charakteristischen Polynoms

$$p(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \ldots + \alpha_{m-1}x^{m-1} + x^m$$

übereinstimmen.

37. Für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

wende man die Methode von Arnoldi (Lanczos–Algorithmus) zur Transformation auf Tridiagonalgestalt an.

38. Für die Berechnung der Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

bestimme man die Sturmsche Kette. Anschliessend untersuche man Intervalle der Form $[n, n+1]$, $n \in \mathbb{N}_0$, zur Einschliessung der Eigenwerte von A und vergleiche dies mit den tatsächlichen Eigenwerten von A.