Technische Universität Graz
Institut für Angewandte Mathematik
Univ.–Prof. Dr. Olaf Steinbach

WS 2024/25
Blatt 12
10.1.2025

Numerische Mathematik 2

33. Gegeben sei die Matrix

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren von J.

34. Gegeben sei die Matrix

$$\widetilde{M}_h = \frac{h}{6} \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & & 1 \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & 1 & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ 1 & & & & 1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren von $\widetilde{M}_h$.

Hinweis: Gibt es einen Zusammenhang von $\widetilde{M}_h$ mit der in Aufgabe **33.** angegebenen Matrix J?

35. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 & 2 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

Man bestimme die Eigenwerte von A.